PENGEPAKAN LINGKARAN DALAM PERSEGI PANJANG DENGAN METODE ALGORITMA GENETIKA

Bella Ayu Amalia[1], Herry Suprajitno[2], Asri Bekti Pratiwi[3]

Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga
Jl. Mulyorejo, Surabaya

[1]bella.ayu-13@fst.unair.ac.id
[2]herry-s@fst.unair.ac.id
[3]asri.bekti@fst.unair.ac.id

Abstract— **Makalah ini bertujuan untuk menyelesaikan masalah pengepakan lingkaran dalam persegi panjang dengan metode algoritma genetika. Masalah pengepakan lingkaran digambarkan dengan *N* item berbentuk lingkaran yang akan dimasukkan ke dalam satu objek persegi panjang (yang lebih besar) dengan tujuan untuk mendapatkan urutan masuk dan koordinat dari item yang dapat meminimalkan panjang objek terpakai.Secara umum, proses algoritma genetika adalah membangkitkan populasi awal, mengevaluasi kromosom, seleksi, *crossover*, dan mutasi. Proses seleksi yang digunakan adalah seleksi *roulette wheel*, proses *crossover* yang digunakan adalah *partial mappedcrossover*, dan proses mutasiyang digunakan adalah mutasi *respirocal exchange.*Data yang digunakan berupa 3 jenis data yaitu data 10, 50, dan 110 unit item. Penyelesaian dengan bahasa pemrograman C++ menggunakan *software* Borland C++ diperoleh kesimpulan bahwa semakin besar nilai parameter *popsize* dan *maxgen*yang diberikan, maka solusi yang diperoleh semakin baik.Begitu juga nilai probabilitas *crossover*yang rendah dan nilai probabilitas mutasi yang tinggi menghasilkan solusi yang lebih baik.**

Keywords— **Pengepakan Lingkaran, Algoritma Genetika, *Partial Mapped Crossover*.**

I. PENDAHULUAN

Perkembangan dunia perekonomian yang semakin pesat, diikuti dengan perkembangan industri distribusi yang semakin meningkat.Dengan peningkatan ini diharapkan industri distribusi dapat meningkatkan kualitas pelayanan serta efisiensi penyimpanan dan distribusi barang dengan tujuan untuk meningkatkan keuntungan yang diperoleh.Masalah distribusi dan penyimpanan barang erat kaitannya dengan masalah pengepakan barang.Pengepakan barang ke dalam suatu tempat merupakan suatu penanganan material yang penting dalam manufaktur dan industri distribusi [13]. Proses pengepakan yang dilakukan secara manual membutuhkan waktu yang lama dalam menentukan kombinasi susunan barang, terlebih jika bentuk barang berupa lingkaran.

Pengepakan lingkaran dapat diaplikasikan secara luas dalam ilmu pengetahuan alam, pola mesin atau keperluan teknik, dan dalam kehidupan sehari-hari [5].Dalam beberapa tahun terakhir, penerapan pengepakan lingkaran telah meluas untuk menyelesaikan permasalahan industri pemotongan item berbentuk lingkaran, jaringan komunikasi, lokasi fasilitas dan tata letak suatu *dashboard* [1].

Masalah pengepakan tersebut termasuk ke dalam permasalahan *BinPacking.*Menurut [10],Permasalahan *Bin Packing* dua dimensi adalah pemecahan masalah optimalisasi berupa penempatan barang yang memiliki bentuk tertentu (persegi atau lingkaran) ke dalam suatu tempat yang memiliki bentuk tertentu (persegi atau lingkaran).Pengepakan barang berbentuk lingkaran melibatkan model matematika yang menarik serta merupakan tantangan bagi dunia komputasi [4]. Karena dengan semakin banyak lingkaran yang ingin disusun, semakin sulit dalam mencari solusi yang optimal [12],

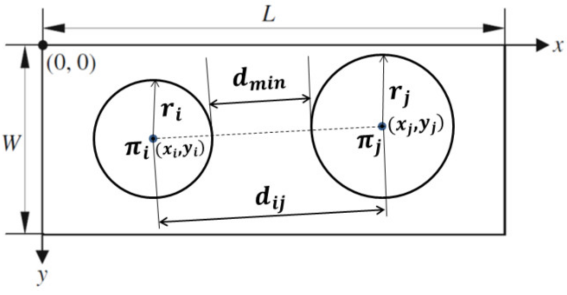
Menurut [4], beberapa peneliti telah menyelesaikan permasalahan pengepakan barang berbentuk lingkaran tersebut. Seperti George dkk pada tahun 1995 menggunakan program campuran integer non-linier. Pada tahun 2004, Stoyan dan Yaskov mengkombinasikan pencarian pohon dengan metode pengurangan gradien, Hifi dan Hallah menggunakan prosedur yang konstruktif dan algoritma genetika, selanjutnya Hifi dkk mengusulkan algoritma *simulated annealing* dengan memanfaatkan jarak minimum antar lingkaran agar pengepakan menjadi lebih padat. Kemudian pada tahun 2005, Huang dkk mengusulkan dua proseduryang dinamai B1.0 dan B1.5, selanjutnya pada tahun yang sama Birgin dkk menggunakan model non-linier. Kemudian pada tahun 2008, Akeb dan Hifi mengusulkan menggunakan pencarian *adaptive beam*. Dari seluruh metode yang pernah digunakan tersebut, percobaan numerik menunjukkan bahwa prosedur algoritma genetika yang diusulkan oleh Hifi dan Hallah memiliki waktu pencarian solusi yang lebih cepat dibandingkan dengan B1.0 dan B1.5 yang diusulkan oleh Huang dkk, dan kualitas solusinya yang lebih baik dibandingkan dengan pencarian *adaptive beam* oleh Akeb dan Hifi untuk menyelesaikan permasalahan pengepakan lingkaran dalam skala kecil.

Untuk permasalahan pengepakan lingkaran dalam skala sedang dan besar, [4] menggunakan prosedur algoritma genetika oleh Hifi dan Hallah dengan pendekatan yang lebih sederhana sehingga lebih menguntungkan.

Algoritma genetika diperkenalkan di Universitas Michigan, Amerika Serikat oleh John Holland (1975) melalui sebuah penelitian dan dipopulerkan oleh salah satu muridnya, David Goldberg [8]. Algoritma genetika adalah teknik pencarian yang telah mengalami adaptasi dengan meniru proses evolusi biologi dan seleksi alam [3]. Penggunaan "*survival of fittest tactic*" pada algoritma genetika akan mengesampingkan individu-individu dengan nilai keandalan kecil dan menghasilkan lebih banyak individu yang lebih andal dengan melakukan rekombinasi sifat-sifat induk yang terbaik [6]. Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan sebelumnya, sangat menarik untuk menyelesaikan masalah pengepakan lingkaran dalam persegi panjang menggunakan algoritma genetika.

II. Pengepakan Lingkaran dalam Persegi Panjang

Berdasarkan pada [4], diasumsikan bahwa terdapat sejumlah N lingkaran untuk ditempatkan dalam sebuah persegi panjang dengan panjang terbuka. Panjang akhir dari persegi panjang (L) yang akan diminimalkan dan lebarnya (W) diketahui, sedangkan koordinat titik pusat lingkaran π_i dilambangkan dengan (x_i, y_i) dan jari-jari lingkaran π_i dilambangkan oleh r_i dengan $i = 1,2,3, \dots N$. $\pi_i$menyatakan lingkaran ke-i. Ilustrasi pengepakan lingkaran dalam persegi panjang disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi Pengepakan Lingkaran dalam Persegi Panjang.

Jarak antara pusat lingkaran π_i dan π_j yang berpasangan dapat diukur dengan jarak *Euclidean* (d_{ij}).

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \qquad (1)$$

Menurut [4], model untuk permasalahan tersebut dirumuskan sebagai berikut:

Fungsi Tujuan :

$$\mathrm{Z} = \min \boldsymbol{L}\,; \qquad (2)$$

Kendala :

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - (r_i + r_j) \geq 0\,; \qquad (3)$$

$$(y_i - r_i) \geq 0\,; \qquad (4)$$

$$(x_i - r_i) \geq 0\,; \qquad (5)$$

$$(y_i + r_i) \leq W\,; \qquad (6)$$

$$(x_i + r_i) \leq \boldsymbol{L}\,; \qquad (7)$$

Dengan :

L = Panjang persegi panjang
W = Lebar persegi panjang
x_i = Koordinat titik pusat lingkaran ke-$i$pada sumbu$x$
x_j = Koordinat titik pusat lingkaran ke-j pada sumbu x
y_i = Koordinat titik pusat lingkaran ke-i pada sumbu y
y_j = Koordinat titik pusat lingkaran ke-j pada sumbu y
r_i = Jari-jari lingkaran ke-i
r_j = Jari-jari lingkaran ke-j

$$i, j = 1,2,3, \dots, N \qquad i \neq j.$$

Berdasarkan pada [4], Model di atas menyatakan :

1. Tujuan harus diminimalkan,
2. Batasan antara lingkaran agar tidak saling tumpang tindih,
3. Batasan agar lingkaran tepat berada dalam persegi panjang.

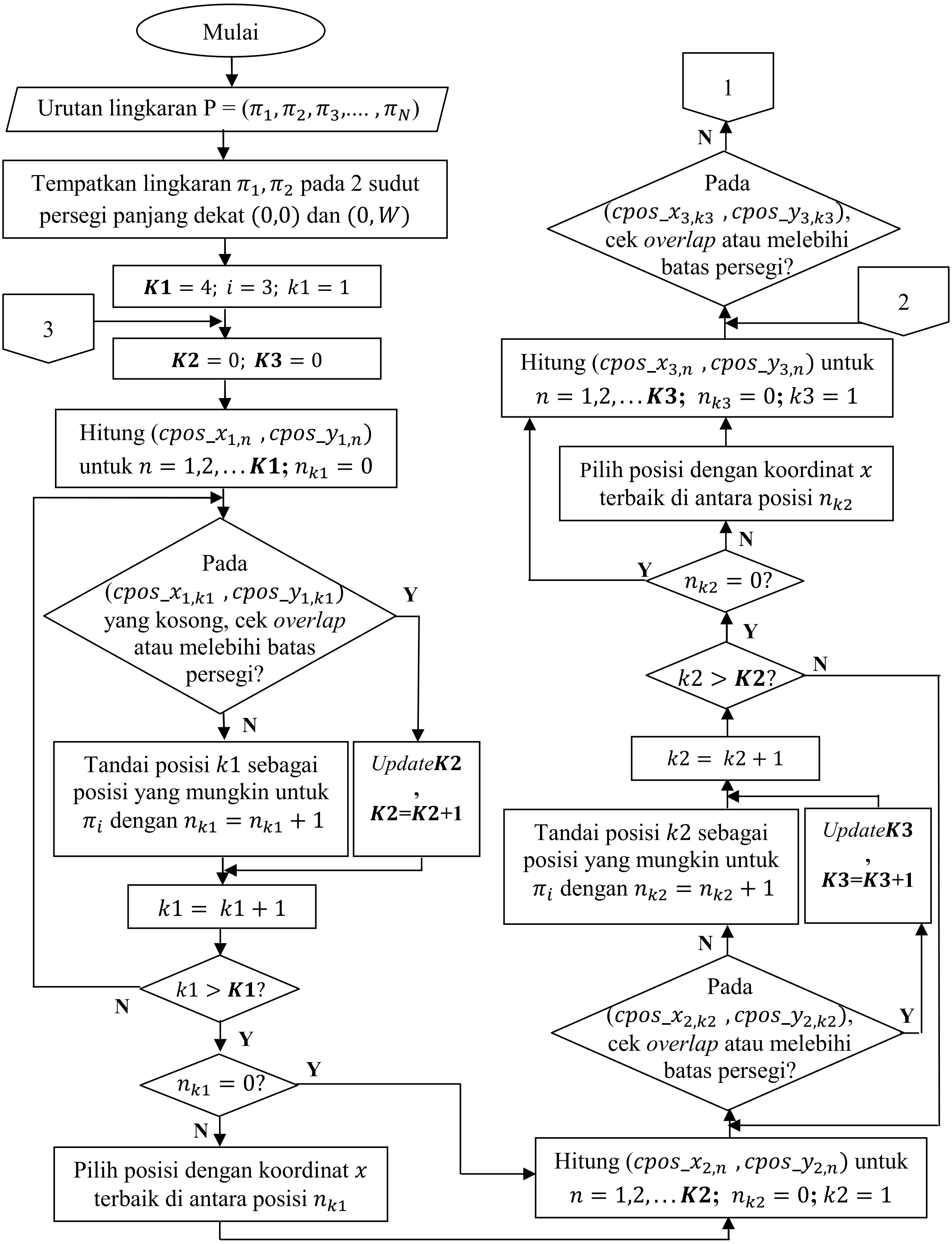
Menurut [4], untuk meminimalkan panjang persegi pada permasalahan pengepakan lingkaran dalam persegi panjang perlu dipertimbangkan tiga tipe posisi penempatan lingkaran, yaitu :

1. Posisi tipe 1 yaitu lingkaran menempati ruang yang dibentuk oleh dua item yang berdekatan dan saling bersinggungan (item dapat berupa tepi atau lingkaran). Jika lingkaran ditempatkan dalam posisi ini, maka tiga item ini bersinggungan satu sama lain.
2. Posisi tipe 2 yaitu lingkaran menempati ruang yang dibentuk oleh dua item yang saling berdekatan namun tidak bersinggungan.
3. Posisi tipe 3 merupakan posisi yang setara dengan posisi tipe 2 yakni lingkaran menempati ruang yang dibentuk oleh dua item yang saling berdekatan namun tidak bersinggungan, namun penempatan lingkaran pada posisi tipe 3 lebih jauh dari posisi tipe 2.

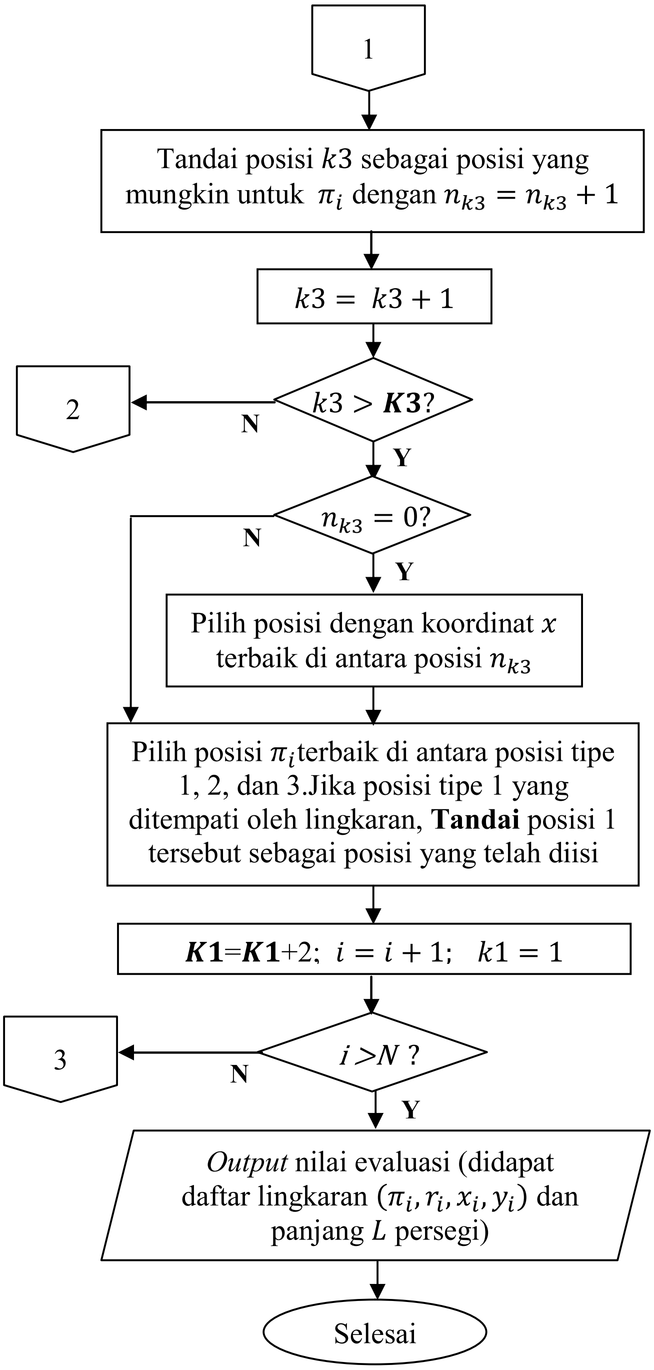
Kriteria penempatan lingkaran berdasarkan posisi dengan minimum x_i merupakan kriteria terbaik [4].

Diasumsikanbahwa $P = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_N)$ merupakan daftar urutan dari N lingkaran yang akan dikemas, dengan $\pi_i \in \{1, 2, 3, \dots N\}$ dan $i = 1,2,3, \dots N$. Prosedur pengepakan ini akan menghasilkan daftar lingkaran (π_i, r_i, x_i, y_i) dengan$i = 1,2,3, \dots N$ dan panjangpersegi (L).

Prosedur penempatan terinspirasi dari prosedur pengepakan oleh [4] dengan beberapa modifikasi, yaitu jumlah daftar posisi tipe 2 dan 3 kembali ke nol (0) untuk lingkaran selanjutnya yang akan dikemas dan proses tandai posisi yang diisi oleh lingkaran hanya daftar posisi tipe 1 agar eksekusi komputasi lebih efektif. *Flowchart*pengepakan lingkaran dalam persegi panjang dijelaskan pada Gambar 2.



Gambar 2. *Flowchart* Pengepakan Lingkaran dalam Persegi Panjang



Dengan$\boldsymbol{K1}, \boldsymbol{K2}$, dan $\boldsymbol{K3}$ secara berturut-turut menyatakan jumlah posisi yang mungkin tersedia untuk lingkaran ke-i pada daftar posisi tipe 1, 2, dan 3, sedangkan $n_{k1,}\, n_{k2,}$ dan n_{k3} secara berturut-turut untuk menandai posisi yang dapat ditempati untuk lingkaran ke-i pada daftar posisi tipe 1, 2 dan 3. $(cpos\_x_{tp,n}, cpos\_y_{tp,n})$ menyatakan calon koordinat item pada tipe posisi tp ($tp = 1,2,3$), dan n menyatakan nomor posisi ($n = 1,2,\ldots, \mathbf{K1/K2/K3}$).

Menurut [4], posisi tipe 1 bergantung pada lingkaran yang dikemas. Pada setiap waktu lingkaran dikemas, akan ditambahkan dua posisi tipe 1 pada daftar posisi tipe 1. Sedangkan posisi tipe 2 akan bertambah jika posisi tipe 1 tidak layak untuk ditempati (lingkaran yang akan ditempatkan *overlap* dengan lingkaran yang telah dikemas sebelumnya atau melebihi batas persegi panjang), dan untuk posisi tipe 3 akan bertambah jika posisi tipe 2 tidak layak untuk ditempati oleh lingkaran yang akan ditempatkan. Selanjutnya dipilih posisi terbaik di antara posisi tipe 1, 2, dan 3 berdasarkan satu kriteria pemilihan posisi terbaik. Dalam prosedur ini dipilih kriteria terbaik yaitu minimal x. Jika N lingkaran sudah dikemas dalam persegi panjang, maka didapat daftar lingkaran (π_i, r_i, x_i, y_i) dan L, dengan $i = 1,2,3, \ldots N$.

III. ALGORITMA GENETIKA

Algoritma genetika diperkenalkan di Universitas Michigan, Amerika Serikat oleh John Holland (1975) melalui sebuah penelitian dan dipopulerkan oleh salah satu muridnya, David Goldberg [8]. Algoritma genetika adalah teknik pencarian yang telah mengalami adaptasi dengan meniru proses evolusi biologi [3]. Menurut [7], algoritma genetika secara garis besar dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. [Mulai] Membangkitkan populasi secara acak sebanyak *n* individu.
2. [*Fitness*] Menilai keandalan setiap individu dalam populasi.
3. [Populasi baru] Menciptakan populasi baru lewat pengulangan pengoperasian operator genetika berikut sampai populasi baru lengkap.
   a. [Seleksi] Memilih induk dari populasi sesuai dengan nilai keandalannya (keandalan yang lebih baik, lebih berpeluang untuk terpilih).
   b. [*Crossover*] Dengan suatu laju *crossover, crossover* induk untuk membentuk anak (individu baru). Jika tidak ada *crossover* yang dilaksanakan, anak merupakan kopian yang sama dengan induknya.
   c. [Mutasi] Menggunakan suatu probabilitas, mutasi induk pada masing-masing sifat.
4. [Mengganti] Menggunakan populasi yang baru dibentuk untuk menjalankan algoritma lebih lanjut.
5. [Menguji] Jika sudah mencapai *maxgen* atau optimal, berhenti dan diperoleh solusi terbaik dari populasi ini. Jika tidak maka kembali ke langkah 2 sampai diperoleh solusi terbaik dari populasi ini.

Crossover yang digunakan dalam artikel ilmiah ini adalah *Partial Mapped Crossover* (PMX). Berdasarkan [9], PMX merupakan modifikasi dari persilangan dua titik, dengan langkah sebagai berikut:

1. Memilih dua lokus secara acak dari untaian. Subuntaian didefinisikan melalui dua lokus tersebut, lokus selain subuntaian dinamakan *mapping*.

Induk 1	1	7	3	6	4	2	5
Induk 2	2	1	4	3	5	6	7

2. Menukar dua subuntaian di antara induk untuk menghasilkan calon anak.

Calon anak 1	1	7	3	3	5	6	5
Calon anak 2	2	1	4	6	4	2	7

3. Menentukan relasi di antara dua bagian *mapping*.

Sub untaian 1 : | 3 | 5 | 6 |

$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$

Sub untaian 2 : | 6 | 4 | 2 |

Relasi :
$3 \leftrightarrow 6 \leftrightarrow 6 \leftrightarrow 2$
$5 \leftrightarrow 4$

4. Membentuk anak berdasarkan relasi *mapping*.

Anak 1	1	7	2	3	5	6	4
Anak 2	3	1	5	6	4	2	7

Selanjutnya, mutasi yang digunakan dalam artikel ilmiah ini adalah mutasi *resiprocal exchange*, Menurut [2], tahapan mutasi *resiprocal exchange*ialah dengan memilih dua lokus, kemudian gen pada kedua lokus tersebut saling dipertukarkan.

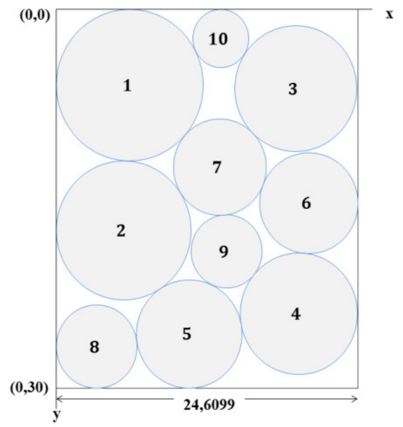
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mempermudah penyelesaian masalah Pengepakan Lingkaran dalam Persegi Panjang dengan Metode Algoritma Genetikamaka dibuat program menggunakan *software* BorlandC++. Kemudian program tersebut diimplementasikan pada data dengan 10 item, 50 item, dan 110 item. Data 10 item diperoleh dari [4], sedangkan data 50 dan 110 item diperoleh dari [11].Parameter yang digunakan pada ketiga data tersebut adalah *popsize* = 10, 50, 100, *Maxgen* = 10, 100, 500, probabilitas *crossover* (p_c) = 0.3, 0.5, 0,7, probabilitas mutasi (p_m) = 0.7, 0.5, 0.3. Hasil penyelesaian pada data 10 item disajikan pada Tabel 1.

TABEL 1.NILAI FUNGSI TUJUAN 10 ITEM

Maxgen	***Popsize***	p_c, p_m		
		0.3 , 0.7	**0.5 , 0.5**	**0.7 , 0.3**
10	**10**	25,2886	25,4157	25,5748
	50	25,0624	25,0810	25,2889
	100	24,9627	24,9796	25,2132
100	**10**	24,9458	25,0005	25,0794
	50	24,7782	24,8938	25,0005
	100	24,7484	24,7893	24,9796
500	**10**	24,7782	24,8765	24,9586
	50	24,7484	24,7893	24,9384
	100	24,6099	24,7484	24,8938

Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai *popsize* dan *maxgen* yang diberikan, maka nilai fungsi tujuan yang diperoleh semakin baik. Nilai p_c yang rendah dan nilai $p_m$yang tinggi juga menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih baik. Pada tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai fungsi tujuan yang minimal adalah 24,6099 dengan urutan item masuk 1 – 8 – 2 – 5 – 7 – 9 – 10 – 3 – 4 – 6 dan susunan penempatan item seperti yang disajikan pada Gambar 3.



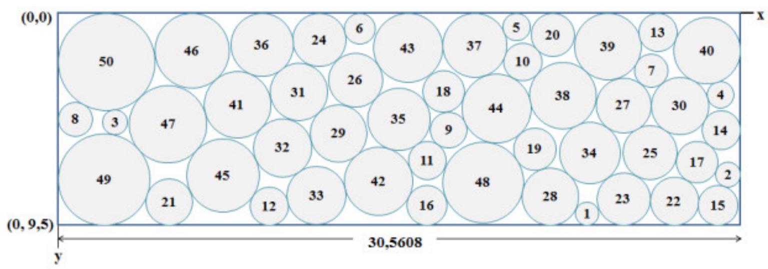
Gambar 3.Susunan Penempatan Solusi Data 10 Item

Hasil penyelesaian pada data 50 item disajikan pada Tabel 2.

TABEL 2.NILAI FUNGSI TUJUAN 50 ITEM

Maxgen	*Popsize*	p_c, p_m		
		0.3 , 0.7	0.5 , 0.5	0.7 , 0.3
10	10	31,6033	31,6283	31,6688
	50	31,4809	31,5440	31,5723
	100	31,4083	31,4596	31,5014
100	10	31,2279	31,2796	31,3865
	50	31,0532	31,0847	31,1344
	100	30,8642	30,9364	31,0015
500	10	30,9368	30,9516	31,0925
	50	30,6743	30,7616	30,8614
	100	30,5608	30,6801	30,8340

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai *popsize* dan *maxgen* yang diberikan, maka nilai fungsi tujuan yang diperoleh semakin baik. Nilai p_c yang rendah dan nilai $p_m$yang tinggi juga menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih baik. Pada tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai fungsi tujuan yang minimal adalah 30,5608 dengan urutan item masuk 50 – 49 – 47 – 21 – 46 – 45 – 41 – 36 – 32 – 31 – 12 – 33 – 24 – 29 – 8 – 26 – 42 – 35 – 43 – 16 – 11 – 18 – 48 – 3 – 37 – 9 – 44 – 10 – 19 – 38 – 28 – 34 – 39 – 27 – 20 – 23 – 25 – 6 – 7 – 13 – 5 – 30 – 22 – 40 – 1 – 17 – 15 – 14 – 4 – 2 dan susunan penempatan item seperti yang disajikan pada Gambar 4.



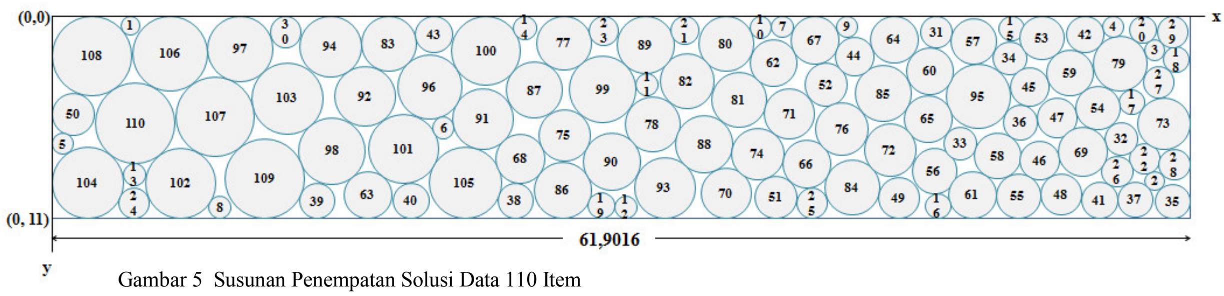
Gambar 4. Susunan Penempatan Solusi Data 50 Item

Hasil penyelesaian pada data 110 item disajikan pada Tabel 3.

TABEL 3.NILAI FUNGSI TUJUAN 110 ITEM

Maxgen	*Popsize*	p_c, p_m		
		0.3 ,0.7	0.5 , 0.5	0.7 , 0.3
10	10	63,5352	63,6579	63,7235
	50	63,3124	63,4420	63,5075
	100	63,2492	63,3051	63,3705
100	10	63,1442	63,1977	63,3020
	50	62,6705	62,7072	62,7912
	100	62,3895	62,4485	62,5064
500	10	62,5181	62,7592	62,8056
	50	62,1407	62,3101	62,4178
	100	61,9016	62,0755	62,0669

Pada Tabel 3 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai *popsize* dan *maxgen* yang diberikan, maka nilai fungsi tujuan yang diperoleh semakin baik. Nilai p_c yang rendah dan nilai $p_m$yang tinggi juga menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih baik. Pada tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai fungsi tujuan yang minimal adalah 61,9016 dengan urutan item masuk 108 – 104 – 110 – 106 – 102 –107 – 97 – 109 – 103 – 98 – 94 – 92 – 63 – 101 – 83 – 96 – 105 – 100 – 91 – 68 – 87 – 86 – 77 – 75 – 99 – 90 – 50 – 89 – 78 – 39 – 24 – 43 – 93 – 30 – 82 – 88 – 80 – 13 – 70 – 81 – 8 – 40 – 74 – 38 – 62 – 51 – 71 – 66 – 67 – 52 – 76 – 25 – 84 – 44 – 85 – 72 – 64 – 49 – 65 – 60 – 56 – 14 – 31 – 95 – 61 – 33 – 57 – 58 – 34 – 55 – 36 – 23 – 45 – 6 – 53 – 46 – 47 – 48 – 59 – 69 – 19 – 5 – 12 – 54 – 42 – 11 – 41 – 79 – 26 – 32 – 37 – 21 – 16 – 1 – 15 – 17 – 20 – 22 – 73 – 27 – 10 – 7 – 9 – 4 – 3 – 2 – 35 – 29 – 28 – 18 dan susunan penempatan item seperti yang disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5 Susunan Penempatan Solusi Data 110 Item

Berdasarkan hasil implementasi pada 3 data di atas, semakin besar nilai *popsize* dan *maxgen* yang diberikan, maka semakin banyak solusi dan iterasi yang dilakukan oleh algoritma genetika. Sehingga nilai fungsi tujuan yang diperoleh semakin baik. Karena nilai p_c yang rendah dan nilai p_m yang tinggi menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih baik pada data 10 item, 50 item, dan 110 item, maka dapat disimpulkan bahwa nilai p_c yang rendah dan nilai $p_m$yang tinggi menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih baik dalam permasalahan pengepakan lingkaran.

V. KESIMPULAN

Algoritma genetika dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pengepakan lingkaran dalam persegi panjang. Semakin besar nilai parameter *popsize* dan *maxgen,* semakin besar pula kemungkinan mencapai solusi yang lebih baik. Dan untuk permasalahan pengepakan lingkaran, nilai probabilitas *crossover* yang rendah dan nilai probabilitas mutasi yang tinggi menghasilkan solusi yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Castillo, I., Kampas, F.J., dan Pinter, J.D., 2009, *Solving circle packing problems by global optimization: Numerical results and industrial applications*, European Journal of Operational Research, **191**: 786–802.

[2] Gen, M. dan Cheng, R., 1997, *Genetic Algorithms and Engineering Design*, John Wiley & Sons, New York.

[3] Goldberg, D.E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Adison-Wesley Publishing Company, Inc., London.

[4] He, Y. dan Wu, Y., 2013, *Packing non-identical circles within a rectangle with open length,* J. Glob. Optim.,**56**: 1187-1215.

[5] Hifi, M. dan M'Hallah, R., 2009, *A Literature Review on Circle and Sphere PackingProblems: Models and Methodologies,* Hindawi Publishing Corporation, **10**: 2-4.

[6] Mayer, D. G., Belward, J. A., Widell, H., dan Burrage, K., 1999 *Survival of the fittest - genetic algorithms versus evolution strategies in the optimization of systems models*, Agricultural Systems, **2** : 113-122.

[7] Obitko, M., 1998, *Genetic Algorithms,* Czech Technical University.

[8] Randy, L.H., 2004, *Practical Genetic Algorithms*, A John Wiley & Sons, Inc.

[9] Santoso, B., dan Willy, P., 2011, *Metoda Mateheuristik Konsep dan Implementasi,* Prima Printing, Surabaya.

[10] Shin, Y.B. dan Kita, Eisuke, 2012, *Solving two-dimensional packing problem using particle swarm optimization*, Computer Assisted Methods in Engineering and Science, **19**: 241-255.

[11] Stoyan, Y.G. dan Yaskov, G.N., 1998, *Mathematical model and solution method of optimization problem of placement of rectangles and circles taking into account special constraints.* Int.Trans.Oper. Res. **5**, 45–57.

[12] Szabo, P.G., Markot, M.C., Csendes, T., Specht, E., Casado, L.G., dan Garcia, I., 2007, *New Approaches to Circle Packing in a Square: With Program Codes*, vol. 6 of *Springer Optimization and Its Applications*, Springer,USA.

[13] Wu. Y., Li. W., Goh, M., dan de Souza, R., 2010, *Three Dimensional Bin Packing Problem with Variable Height*, Eur. J. Oper. Researches, 347-355.